

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, decembrie 2025

Proba E.c)

Matematică M_șt-nat

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timp de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 puncte)

- 5p 1. Arătați că diferența numerelor $a = \log_5 2025$ și $b = 4\log_5 3$ este număr natural.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = a + 3x$. Determinați numărul real a , astfel încât $(f \circ f)(x-1) = f(3x)$, pentru orice număr real x .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{3x} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{9}{2}\right)^x \cdot 64$.
- 5p 4. Aflați probabilitatea ca, alegând la întâmplare un element din mulțimea $A = \{1, 2, 3, \dots, 99, 100\}$, aceasta să fie număr par și divizibil cu 7.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră dreptele $d_1: 2x - y - 1 = 0$ și $d_2: x + 2y - 3 = 0$. Aflați coordonatele punctului de intersecție a dreptelor d_1 și d_2 .
- 5p 6. Calculați $\sin \frac{\pi}{12} - \cos \frac{\pi}{12}$.

Scoala in Papuci

SUBIECTUL al II-lea

(30 puncte)

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ și mulțimea $G = \left\{ X(a) \mid X(a) = I_2 + a \cdot A, a \in \mathbb{R}, a \neq -\frac{1}{3} \right\}$.
- 5p a) Arătați că $X(a) \cdot X(b) = X(a + b + 3ab)$, pentru orice numere reale a și b .
- 5p b) Demonstrați că oricare ar fi matricele $X(a), X(b) \in G$ produsul lor este tot element al mulțimii G .
- 5p c) Arătați că matricea $X(a)$ este inversabilă.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 3xy - 3x - 3y + 4$.
- 5p a) Arătați că $x \circ y = 3(x-1)(y-1) + 1$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $x \circ (x+1) \leq 7$.
- 5p c) Determinați numerele întregi x și y astfel încât $x \circ y = 7$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(2x) - \frac{x-2}{x}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{x-2}{x^2}$, $x \in (0; +\infty)$.
- 5p b) Determinați abscisa punctului situat pe graficul funcției f în care tangenta la graficul funcției f este paralelă cu dreapta de ecuație $y = -3x$.
- 5p c) Demonstrați că funcția f este concavă pe $[4; +\infty)$.
2. Pentru orice $n \in \mathbb{N}$, considerăm funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = (2x+n)e^x$.
- 5p a) Demonstrați că funcția f_n este o primitivă a funcției f_{n+2} , pentru orice $n \in \mathbb{N}$.
- 5p b) Să se determine primitiva F a funcției f_0 pentru care $F(1) = 2$.
- 5p c) Calculați $\int (x+1) f_2(x) e^{-x} dx$.